University of Sistan and Baluchestan

Journal of Educational Psychology Studies

Print ISSN: 2228 - 6683

Online ISSN: 2783 - 5235

Iranian Educational Psychology Association

The Effect of the Professional Development Course Based on Mathematical Modeling and Rough Theory on the Problem Solving Performance of Secondary School Mathematics Teachers

Leila Rostami Abousaeidi [1] | **Nasim Asghary** [2]✉

1. Ph.D. Candidate, Department of Mathematics, CT.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: rostami1414@gmail.com

2. Corresponding Author, Associate Professor, Department of Mathematics, CT.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: nasim.asghary@gmail.com

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received:12 September 2025

Received in revised form:

9 April 2026

Accepted:31 August 2026

Published online:

11 November 2026

Keywords:

Teacher professional development,

mathematical modelling,

problem-solving performance,

mathematics teachers,

Rough Set Theory.

ABSTRACT

The present study aimed to investigate the effectiveness of a professional development program grounded in a mathematical modelling approach on the problem-solving performance of upper secondary mathematics teachers. A quasi-experimental one-group pretest–posttest design was employed. The statistical population comprised all upper secondary mathematics teachers in District 6 of Tehran during the 2023–2024 academic year, from whom ten teachers were selected through voluntary sampling. The intervention was implemented through purposefully designed mathematical modelling activities, enabling teachers to acquire the necessary knowledge and skills across the modelling process and to demonstrate improved performance in solving modelling problems. Data were analyzed using paired-samples t-tests in SPSS version 26. The results indicated a statistically significant increase in posttest mean scores compared to pretest scores ($p < 0.001$), suggesting that participants demonstrated enhanced performance in mathematical modelling problem solving following the program. Furthermore, Rough Set Theory was applied to extract optimal features and to examine the discrimination of performance levels; the highest classification accuracy of 96.46% was achieved using six optimal features. Overall, the findings underscore the importance of designing independent modelling experiences alongside collaborative activities to strengthen the stages of the modelling process and to enhance teachers' problem.

Cite this article: Rostami Abousaeidi, L., Asghary, N. (2026). The Effect of the Professional Development Course Based on Mathematical Modeling and Rough Theory on the Problem Solving Performance of Secondary School Mathematics Teachers. *Journal of Educational Psychology Studies*, 23 (63), 57-79. DOI: 10.22111/jeps.2026.48388.5697

© The Author(s).

Publisher: University of Sistan and Baluchestan

DOI: 10.22111/jeps.2026.48388.5697

مطالعات روانشناسی تربیتی
شاپا چاپی: ۲۲۲۸-۶۶۸۳
شاپا الکترونیکی: ۲۷۸۳-۵۲۳۵
دانشگاه سیستان و بلوچستان
انجمن علمی روان‌شناسی تربیتی ایران

تاثیر دوره توسعه حرفه‌ای بر اساس رویکرد مدل‌سازی ریاضی و تئوری راف بر عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم

لیلا رستمی ابوسعیدی [۱] | نسیم اصغری [۲]✉

۱. دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، گروه ریاضی ، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: rostami1414@gmail.com

۲. نویسنده مسئول، دانشیار، گروه ریاضی ، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: nasim.asghary@gmail.com

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۶/۲۱
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۵/۱/۲۰
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۶/۹
تاریخ انتشار : ۱۴۰۵/۸/۲۰

واژگان کلیدی:
توسعه حرفه‌ای معلمان،
مدل‌سازی ریاضی،
عملکرد حل مسئله،
معلمان ریاضی،
تئوری راف.

چکیده

پژوهش حاضر با هدف بررسی اثربخشی دوره توسعه حرفه‌ای مبتنی بر رویکرد مدل‌سازی ریاضی بر عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم انجام شد. روش پژوهش نیمه آزمایشی از نوع یک گروهی با طرح پیش‌آزمون–پس‌آزمون بود. جامعه آماری، کلیه معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم منطقه ۶ شهر تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۳–۱۴۰۲ بود که ۱۰ نفر از آنان به روش نمونه‌گیری داوطلبانه انتخاب شدند. مداخله در قالب فعالیت‌های هدفمند مدل‌سازی ریاضی اجرا شد تا معلمان در فرایند مدل‌سازی، دانش و مهارت لازم را کسب کرده و در حل مسائل مدل‌سازی عملکرد بهتری نشان دهند. داده‌ها با آزمون تی زوجی در نرم‌افزار SPSS نسخه ۲۶ تحلیل شد. نتایج نشان داد میانگین نمرات پس‌آزمون نسبت به پیش‌آزمون به‌طور معناداری افزایش یافته است ($p<$ ۰۰۱/۰) و شرکت‌کنندگان پس از دوره، عملکرد بهتری در حل مسائل مدل‌سازی ریاضی داشتند. همچنین برای استخراج ویژگی‌های بهینه و سنجش تفکیک سطوح عملکرد از تئوری راف استفاده شد و بیشترین صحت تفکیک با ۶ ویژگی بهینه برابر ۴۶/۹۶٪ به دست آمد. یافته‌ها بر اهمیت طراحی تجارب مدل‌سازی مستقل در کنار فعالیت‌های گروهی برای تقویت مراحل فرایند مدل‌سازی و بهبود حل مسئله معلمان دلالت دارد.

استناد: رستمی ابوسعیدی، لیلا؛ اصغری، نسیم (۱۴۰۵). تاثیر دوره توسعه حرفه‌ای بر اساس رویکرد مدل‌سازی ریاضی و تئوری راف بر عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم. *مطالعات روانشناسی تربیتی*، ۲۳ (۶۳)، ۷۹-۵۷.

DOI: 10.22111/jeps.2026.48388.5697

ناشر: دانشگاه سیستان و بلوچستان

© نویسندگان.

مقدمه

جهان امروز – از اقتصاد خانوار و مدیریت منابع گرفته تا سلامت، محیط زیست و فناوری – با مسئله‌هایی سروکار دارد که «چند مرحله‌ای»، «وابسته به فرض‌ها» و «حساس به داده‌های واقعی» هستند. در چنین جهانی، آموزش ریاضی اگر صرفاً به تمرین‌های قالبی و حل‌های ازپیش‌معلوم محدود بماند، پیوند یادگیری با زندگی واقعی را ضعیف می‌کند و دانش‌آموز (و حتی معلم) را در مواجهه با مسئله‌های واقعی، کم‌دفاع می‌گذارد. یکی از پاسخ‌های جدیِ ادبیات آموزش ریاضی به این شکاف، «مدل‌سازی ریاضی» است؛ رویکردی که در آن یادگیرنده مسئله‌ای واقعی را صورت‌بندی می‌کند، کمیت‌ها و روابط را می‌سازد، با ریاضیات پیش می‌رود و سپس نتیجه را در متن واقعیت تفسیر و اعتبارسنجی می‌کند (تایته[1] و دیناپولی[2] ۲۰۲۵).

با وجود گسترش تأکید برنامه‌های درسی و پژوهش‌ها بر مدل‌سازی، چالش اصلی معمولاً «کلاس درس» است: مدل‌سازی ذاتاً سطحی از عدم‌قطعیت و تصمیم‌گیری را وارد یادگیری می‌کند (مثل انتخاب فرض‌ها، حذف واضافه کردن متغیرها، یا تعیین شیوه جمع‌آوری داده) و همین باعث می‌شود اجرای آن بدون آمادگی حرفه‌ای کافی، دشوار و حتی پرتنش باشد. در پژوهش‌های اخیر، نشان داده شده است که یکی از گره‌های شناختیِ مهم در مدل‌سازی، «ساختن فرض‌های معقول» و «هم‌راستا کردن فرض‌ها با متن مسئله» است (آلباراسین[3] و آرلبک[4] ۲۰۲۵). همچنین، تجربه‌های توسعه حرفه‌ای در آموزش ریاضی نشان می‌دهد که حتی برنامه‌های ضمن‌خدمت اگر با منطق کلاس

---

[1] Taite
[2] DiNapoli
[3] Albarracín
[4] Ärlebäck

درس و نیازهای واقعی معلم هم‌خوان نشوند، ممکن است به نتایج کم‌اثر یا ناماندگار برسند (کارسنتی[1] و برودی[2]، ۲۰۲۳).

یافته‌های پژوهشی دیگر نشان می‌دهند که عناصر مشارکتی و بازتاب حرفه‌ای[3] در دوره‌های توسعه حرفه‌ای می‌توانند رشد حرفه‌ای معلمان را تسریع کنند، زیرا در این فضاها معلمان می‌آموزند چگونه تجربیات شخصی و حرفه‌ای‌شان را بازاندیشی کنند و از راهبردهای هم‌فکری برای حل چالش‌های آموزشی بهره ببرند (چیریندا[4]، ۲۰۲۱). این ویژگی‌ها که شامل تعامل اجتماعی، بررسی و نقد راهکارها و بازخورد پیوسته است با نتایج پژوهش حاضر همسویی دارد، زیرا مهارت‌های حل مسئله و مدل‌سازی معلمان نیازمند چنین بازاندیشی گروهی برای تعمیق دانش و بهبود عملکرد است.

در ایران نیز اسناد بالادستی بر توانایی به‌کارگیری آموخته‌ها در موقعیت‌های واقعی و تقویت مهارت‌های حل مسئله و تفکر تأکید دارند و «نقش معلم» را در تحقق این هدف، محوری می‌دانند (اسلامی، ۱۳۹۹). با این حال، تبدیل چنین تأکیدی به «عمل آموزشی پایدار» معمولاً نیازمند سازوکارهای دقیق توانمندسازی و توسعه حرفه‌ای است؛ یعنی هم تعریف روشن از شایستگی‌های حرفه‌ای مورد انتظار و هم طراحی تجربه‌های یادگیریِ حرفه‌ایِ مؤثر. در پژوهش‌های داخلیِ جدید، از یک‌سو بر

ضرورت چارچوب‌های شایستگی برای ورود و استقرار موفق در حرفه آموزگاری/معلمی تأکید شده است (قربانخانی، صالحی، خدایی، مقدم‌زاده و دهقانی، ۱۴۰۳) و از سوی دیگر، الگوهای توسعه

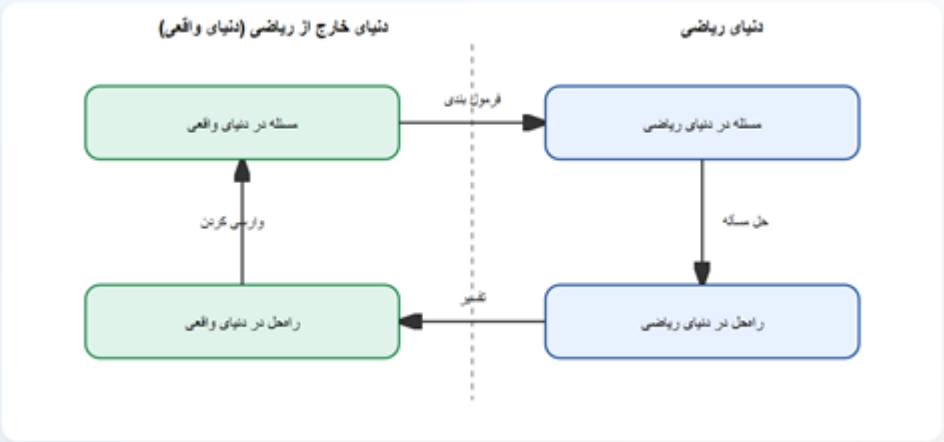
[1] Karsenty
[2] Brodie
[3] collaborative reflection
[4] Chirinda

حرفه‌ای و آموزش ضمن‌خدمت به‌عنوان اهرم‌های ارتقای کیفیت تدریس بررسی شده‌اند (گشمردی و اسداللهی، ۱٤۰۳؛ فتحعلی‌بیگی و همکاران ۱٤۰٤).

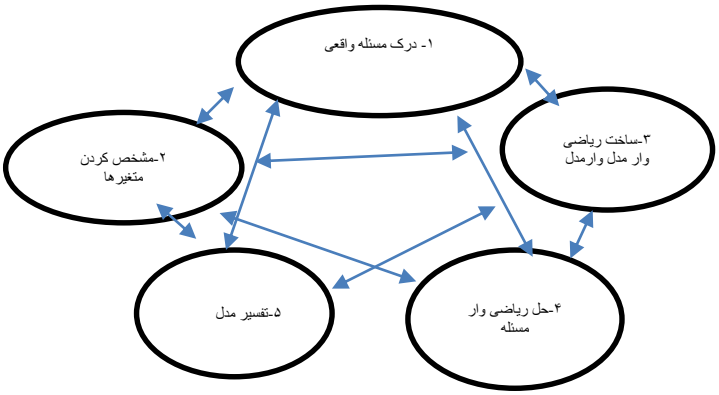
از منظر روان‌شناسی تربیتی نیز، کیفیت تعاملات آموزشی و برخی سازه‌های حرفه‌ایِ معلم (مثل صلاحیت حرفه‌ای، خودراهبری و کیفیت رابطه معلم–دانش‌آموز) می‌تواند زمینه‌ساز یادگیری اثربخش‌تر باشد؛ موضوعی که در مطالعات روانشناسی تربیتی نیز در سال‌های اخیر به آن پرداخته شده است (حاج‌حسینی و نافعی، ۱٤۰۲؛ جعفرپور و همکاران، ۱٤۰٤). این نکته از آن جهت مهم است که مدل‌سازی ریاضی معمولاً با فعالیت‌های مشارکتی، گفت‌وگوی ریاضی، توجیه‌گری و بازنگریِ راه‌حل‌ها همراه است و کیفیت مدیریت کلاس و ارتباطات آموزشی می‌تواند بر موفقیت آن اثر بگذارد.

مدل‌سازی ریاضی و چرخه آن. مدل‌سازی ریاضی را می‌توان فرایندی چرخه‌ای دانست که در آن: (۱) مسئله واقعی فهم و ساده‌سازی می‌شود، (۲) کمیت‌ها/روابط تعیین و «مدل» ساخته می‌شود، (۳) مدل در قلمرو ریاضی حل و تحلیل می‌شود، (٤) پاسخ به زبان واقعیت ترجمه می‌شود و (۵) اعتبار و معقولیتِ پاسخ سنجیده و در صورت نیاز مدل بازنگری می‌شود (گریفرت[1] و زیلر[2]، ۲۰۲٤؛ تایته، ۲۰۲۵). بر همین اساس، در این پژوهش نیز چرخه‌های رایج مدل‌سازی به‌عنوان چارچوب مفهومیِ طراحی فعالیت‌های آموزشی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱ و شکل ۲).

[1] Greefrath
[2] Siller



شکل ۱. چرخه فرایند مدل‌سازی (بلوم[1] و همکاران، ۲۰۰۷)



شکل ۲. چرخه مدل‌سازی ریاضی (اوزرکسکین[2]۲۰۰۸)

پژوهش‌های کاربردی نشان داده‌اند که درک معلمان از طراحی و اجرای تکالیف مدل‌سازی، اساس کیفیت فرایند مدل‌سازی در کلاس درس است. مطالعه‌ای که رفتار معلمان را در حمایت از مراحل مدل‌سازی تحلیل کرد، بیان کرد که روش‌های متفاوت پشتیبانی (مثلاً انتقال مسئولیت به دانش‌آموزان یا حفظ مدیریت فعال) می‌تواند تفاوت‌های اساسی در یادگیری دانش‌آموزان ایجاد کند و اینکه تجربه

[1] Blum
[2] Özer Keskin

عملی در طراحی این تکالیف به توسعهٔ مهارت‌های حرفه‌ای معلمان کمک می‌کند (گورل[1] ۲۰۲۳). این نتایج بر اهمیت وارد کردن تکالیف مدل‌سازی در برنامه‌های حرفه‌ای معلمان تأکید دارد و نشان می‌دهد که معلمان باید هم در زمینهٔ تحلیل تکلیف و هم در هدایت مراحل مدل‌سازی آموزش ببینند.

نقش معلم و توانمندی مدل‌سازی. تحقق مدل‌سازی در کلاس درس، بیش از هر چیز به «دانش حرفه‌ایِ معلم» درباره ماهیت تکلیف‌های مدل‌سازی، راهبردهای هدایت بحث، مدیریت ابهام، و کمک به تولید/ارزیابی فرض‌ها وابسته است. پژوهش‌های جدید نشان می‌دهد آموزش‌های هدفمند می‌تواند شایستگی مدل‌سازی معلمان را بهبود دهد؛ برای نمونه، بیلگیلی[2] و چیلتاش[3] (۲۰۲۵) گزارش کرده‌اند که یک دوره آموزشیِ نسبتاً منسجم (همراه با فعالیت‌های مدل‌سازی و بازتاب حرفه‌ای) می‌تواند رشد قابل‌توجهی در شایستگی مدل‌سازی معلمان ایجاد کند. همچنین پژوهش‌های مرتبط با آموزش معلمان نشان می‌دهد استفاده از فناوری و طراحی تکلیف‌های اصیل می‌تواند کیفیت فرایند مدل‌سازی و بازنمایی‌های ریاضی را تقویت کند (قندمیر[4] و اریلماز[5]، ۲۰۲۵) و سنجش «دانش مدل‌سازی» به‌عنوان بخشی از آمادگی حرفه‌ای معلمان، موضوعی جدی و قابل اندازه‌گیری است (اسمپاپا[6] و لی[7]، ۲۰۲۵).

حقیقات اخیر بر اهمیت نقش معلمان در تحول رویکردهای آموزشی تأکید دارند و نشان می‌دهند که آموزش ضمن‌خدمت معلمان باید فراتر از انتقال محتوا باشد و به فهم عمیق فرآیندهای آموزشی،

[1] Gürel
[2] Bilgili
[3] Çiltaş
[4] Kandemir
[5] Eryilmaz
[6] Asempapa
[7] Lee

از جمله طراحی و تحلیل تکلیف‌های مدل‌سازی، متمرکز شود. در مطالعه‌ای که بر دو دوره آموزش معلمان ریاضی دوره متوسطه در اروپا انجام شد، دیده شد که شرکت‌کنندگان نه‌تنها از نظر دانش محتوایی مدل‌سازی رشد کردند بلکه در شناسایی و تحلیل موانع اجرای مدل‌سازی در کلاس درس نیز پیشرفت کردند، به‌خصوص زمانی که دوره‌های آموزشی شامل طراحی تکلیف‌های مدل‌سازی واقعی و بازتاب حرفه‌ای مشارکتی بودند (بارکرو[1] و فراندو[2]، ۲۰۲٤). این یافته‌ها نشان می‌دهند که توسعه حرفه‌ای مؤثر می‌تواند معلمان را قادر کند نقش فعال‌تری در هدایت فرآیند مدل‌سازی در کلاس‌هایشان ایفا کنند، و همین بر سازوکار تجربی پژوهش حاضر برای بهبود عملکرد حل مسئله معلمان تطابق می‌یابد.

شواهد نظام‌مند نشان می‌دهد که مهارت‌های حل مسئله معلمان ارتباط مستقیم با دانش عمیق آنان درباره‌ٔ فرآیند حل مسئله و توانایی «تشخیص» موقعیت‌های یادگیری است — یعنی توانایی آنها برای دیدن و تفسیر لحظه‌به‌لحظه‌ٔ کار یادگیرندگان و تصمیم‌گیری‌های تدریسی مناسب برای بهبود یادگیری (لیت[3]، کول[4] و دریورز[5]، ۲۰۲٦). این چارچوب که بر اساس تئوری «آموزش برای درک عمیق[6]» توسعه یافته، شش بعد مهارت‌های شناختی و مهارتی معلمان را برای تدریس حل مسئله برجسته می‌کند و نشان می‌دهد گنجاندن تمرین‌های تفکیک‌گرانه و بازتابی در دوره‌های توسعه حرفه‌ای می‌تواند کیفیت یادگیری معلم در حل مسئله را افزایش دهد.

با وجود این شواهد، در بافت آموزش ریاضی دوره متوسطه دوم به‌ویژه در پیوند دادن توسعه حرفه‌ای مبتنی بر مدل‌سازی با «عملکرد حل مسئله» معلمان—هنوز نیاز به پژوهش‌های تجربیِ دقیق احساس

[1] Barquero
[2] Ferrando
[3] Lit
[4] Kool
[5] Drijvers
[6] Teaching for Robust Understanding

می‌شود؛ زیرا آنچه در نهایت اهمیت دارد این است که آیا دوره‌های توسعه حرفه‌ایِ مبتنی بر مدل‌سازی، واقعاً توان حل مسئله (در مسائل مدل‌سازی و موقعیت‌های واقعی) را در معلمان ارتقا می‌دهد یا نه، و این ارتقا چگونه قابل تبیین است.

سازمان‌های حرفه‌ای تعلیم و تربیت نیز در پژوهش‌های سیستمایتیک توصیه کرده‌اند که دوره‌های توسعه حرفه‌ای باید طراحی شوند تا بر مهارت‌های حل مسئله در متن‌های واقعی و بلندمدت تمرکز کنند، و این شامل دوره‌هایی است که زمان کافی برای تمرین، بازتاب و بازدید از کلاس‌های همکاران فراهم کنند، نه فقط رویدادهای کوتاه‌مدت (اونووبویا[1] ۲۰۲۵). نتایج این بررسی‌ها نشان می‌دهند که PD های پایداری که دارای مشارکت فعال، بازتاب حرفه‌ای و ارتباط با تجربه واقعی کلاس هستند، بیشترین تأثیر را بر عملکرد معلمان در حل مسئله و آموزش مدل‌سازی دارند.

بنابراین، پژوهش حاضر با هدف بررسی تأثیر توسعه حرفه‌ای مبتنی بر رویکرد مدل‌سازی بر عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم انجام می‌شود. بر همین اساس، پرسش اصلی پژوهش چنین صورت‌بندی می‌شود: آیا دوره آموزشی مبتنی بر رویکرد مدل‌سازی، عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم را بهبود می‌بخشد؟

روش پژوهش

روش پژوهش شبه‌آزمایشی با طرح پیش‌آزمون–پس‌آزمون تک‌گروهی بود. جامعه آماری شامل همه معلمان ریاضی دوره متوسطه دومِ منطقه ٦ شهر تهران در سال تحصیلی ۱۴۰۳–۱۴۰۲ بود. نمونه‌گیری به شیوه در دسترس و بر مبنای مشارکت داوطلبانه انجام شد؛ در مرحله جذب، ۱۰ معلم انتخاب شدند و با توجه به تکمیل ناقص یکی از مراحل توسط دو نفر، داده‌های ۸ نفر در تحلیل‌های آماری وارد شد.

[1] Onwubuya

از بین معلمان دوره متوسطه دوم منطقه ٦ تهران که هیچ پیش‌زمینه‌ای در مورد مدل‌سازی ریاضی نداشتند، ۱۰ نفر با روش نمونه گیری داوطلبانه انتخاب شدند. که در گروههای ۳ و ٤ نفره و ٦ جلسه، هفته ای یک جلسه ۱/۵ ساعت برگزار شد پرسش نامه محقق ساخته شامل ۸ سؤال با تغییراتی از کتاب سیلورمن جلد ۱ که شامل مفاهیمی همچون کاربرد مشتق، پیدا کرده کمترین هزینه ساخت جاده، سؤالات عمومی (حجم کوچک‌ترین مخروط و قطر مکعب‌مستطیل) که کلیه دانشجویان رشته ریاضی در دانشگاه آن را مطالعه کرده‌اند و محتوای آنها مورد تایید آموزشگران ریاضی بود و ضریب روایی به دست آمده در سطح معنی‌داری ۰/۰۵ محاسبه شد و برابر با ۰/۷٤، (p-value= ۰/۰۱) به دست آمد که ٤ سؤال برای پیش‌آزمون و ٤ سؤال در پس‌آزمون استفاده شد در جلسه اول ٤ سوال در اختیار شرکت کنندگان قرار گرفت که به روش سنتی سوالات را حل نمودند و سپس تدریس دیدگاه‌ها، رویکردها، نظریات، و مطالعات انجام شده در زمینه مدل‌سازی ریاضی، توضیح چرخه‌های مدل‌سازی، دلایل توجیهی مدل‌سازی ریاضی در برنامه درسی، و دلایل استفاده از هر چرخه و یک نقشه راه شامل پنج گام شکل (۲) شرح داده شد و یک سؤال یا این رویکرد آموزشی و استفاده از چرخه مدنظر این مطالعه حل شد. در جلسات دیگر یک سوال در اختیار معلمان قرار می گرفت که با رویکرد مدلسازی حل می کردند و پاسخ سوالات را به اشتراک می گذاشتند و در مورد آن به بحث و تبادل نظر می پرداختند. پس از پایان دوره آموزشی، پس‌آزمون برگزار شد که شامل ٤ سؤال مدل‌سازی ریاضی مشابه پیش‌آزمون بود. پاسخ‌های شرکت‌کنندگان جمع‌آوری و مورد تحلیل قرار گرفت و نهایتا پاسخ‌های معلمان به سؤالات پیش‌آزمون و پس‌آزمون توسط محقق تحلیل و کدگذاری شدند.

یافته‌ها

پژوهش با ابزار جمع‌آوری داده به‌صورت دو پرسش‌نامه باز محقق ساخته پیش‌آزمون و پس‌آزمون انجام شد و هر دو آزمون با مقیاس نمره‌گذاری تحلیلی که توسط اوزرکسکین (۲۰۰۸) گسترش پیدا کرده بود (جدول ۲) نمره‌گذاری شد. ماکزیمم نمره دریافت شده در هر آزمون ۸ است.

جدول ۱. مقیاس نمره‌گذاری تحلیلی برای گام‌های مدل‌سازی ریاضی (برگرفته از اوزرکسکین، ۲۰۰۸)

گام‌ها	طبقه‌بندی	نمره
درک سؤال	اگر سؤال به طور کامل درک شده باشد	۲
	اگر سؤال به طور جزئی درک شده باشد	۱
	اگر سؤال درک نشده باشد	۰
تعیین متغیرهای مسئله	اگر متغیرها به طور کامل تعریف شده باشند	۲
	اگر متغیرها به طور ناقص تعریف شده باشند	۱
	اگر متغیرها تعریف نشده باشند	۰
ساخت مدل	اگر مدل به طور کامل ساخته شده باشد	۲
	اگر مدل به‌صورت ناقص ساخته شده باشد	۱
	اگر هیچ مدلی ساخته نشده باشد	۰
حل ریاضی‌وار مسئله	اگر جواب درست پیدا شده باشد	۲
	اگر یک محاسبه اشتباه وجود داشته باشد، یا فقط قسمتی از مسئله حل شده باشد	۱
	اگر هیچ جواب درستی یافت نشود	۰
تفسیر جواب در دنیای واقعی	اگر پاسخ به‌درستی در دنیای واقعی تفسیر شده باشد	۲
	اگر وجود داشته باشد توضیح اشتباه در هر قسمت از تفسیر مسئله	۱
	اگر هیچ تفسیری برای راه‌حل وجود نداشته باشد یا راه حل تفسیر اشتباه در دنیای واقعی داشته باشد	۰

در مقاله حاضر، پاسخ‌های کتبی راه‌حل یک شرکت‌کننده به اولین گویه‌های پیش‌آزمون و پس‌آزمون به‌عنوان تحلیل گنجانده شد. پس از بررسی راه‌حل‌های شرکت‌کننده، محقق فرایند کدگذاری را آغاز کرد. در این مطالعه، همان‌طور که قبلاً ذکر شد، از مقیاس نمره‌گذاری تحلیلی که توسط اوزرکسکین (۲۰۰۸) تهیه شده است، استفاده شد.

پنج مرحله مدل‌سازی ریاضی به‌عنوان مقوله‌های تعریف شده قبلی استفاده می‌شود. در هر مرحله سه طبقه کدگذاری وجود دارد (جدول ۱). نتایج با کمک جداولی ارائه شد که نمرات شرکت‌کنندگان در هر مرحله مدل‌سازی ریاضی را نشان می‌دهد. برای هر مرحله، یک توضیحی به منظور نشان‌دادن دلیل نمرات داده شده نوشته شد و درنهایت مطالعه با هدف بررسی تأثیر آموزش با مدل‌سازی ریاضی بر عملکرد مدل‌سازی ریاضی شرکت‌کنندگان انجام شد و راه حل‌های یک شرکت‌کننده بررسی شد و این فرصتی را برای بررسی گام به گام پیشرفت شرکت‌کنندگان را فراهم کرد. برای انجام آزمون معنادار بودن فرضیه‌های پژوهش، با استفاده از نرم‌افزار spss داده‌ها در پیش‌آزمون و پس‌آزمون انجام شد. شرط نرمال بودن توزیع متغیرها را با استفاده از آزمون کلموگروف – اسمیرونف بررسی شد ازآنجایی‌که مقدار احتمال کمتر از ۰/۰۵ برای همه‌ی متغیرها بود لذا توزیع آن نرمال است.

با توجه به نتایج جدول ۲، مقدار میانگین پیش‌آزمون عملکرد ۱۵ و میانگین پس‌آزمون عملکرد ۳۰/۱۲۵ است، بنابراین می‌توان گفت به لحاظ توصیفی میانگین عملکرد آزمودنی‌ها در پس‌آزمون افزایش قابل‌ملاحظه‌ای داشته است.

جدول ۲. آماره‌های توصیفی برای مقایسه پیش‌آزمون و پس‌آزمون عملکرد آزمودنی‌ها

آزمون	میانگین	انحراف معیار	حداقل	حداکثر	چولگی	کشیدگی	تعداد
پیش‌آزمون	۱۵	٤/۲۷٦	۱۰	۲۱	۰/۰۷۳	-۱/۸۲۸	۸
پس‌آزمون	۳۰/۱۲۵	٤/۱۵۵	۲۳	۳۷	۰/۰۲٦	۰/۹۱۹	۸

با توجه به نتایج جدول ۳، سطح معنی‌داری آزمون تی زوجی (p=۰/۰۰۰). که از ۰/۰۵ کمتر است. ازاین رو می‌توان گفت بین میانگین نمرات پس‌آزمون و پیش‌آزمون در عملکرد معلمان ریاضی

دوره متوسطه نسبت به حل مسائل مدل‌سازی ریاضی تفاوت معناداری وجود دارد. باتوجه به مقدار میانگین‌ها عملکرد آزمودنی‌ها در پس‌آزمون افزایش‌یافته است.

جدول ۳. آزمون نمونه‌های زوجی برای عملکرد آزمودنی‌ها

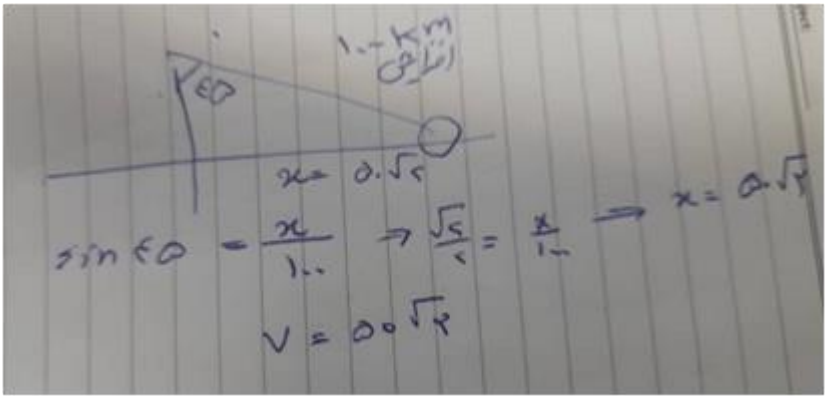
میانگین	انحراف معیار	خطای معیار میانگین	سطح اطمینان ۹۵ درصدی		t	درجه آزادی	سطح معنی‌داری
			حد بالا	حد پایین			
۱۵/۱۲۵	۳/۷۵۸	۱/۳۲۸	۱۸/۲۶۷	۱۱/۹۸۲	۱۱/۳۸۳	۷	۰/۰۰۰

به‌منظور بررسی عمیق‌تر و تحلیل محتوای کیفیت پاسخ سؤال اول پیش‌آزمون و پس‌آزمون یکی از معلمان در حل مسائل مدل‌سازی مورد تحلیل قرار گرفت.

سؤال اول پیش‌آزمون

یک پلیس در نزدیکی یک بزرگراه ایستاده است و با تفنگ رادار، سرعت‌های غیرمجاز را کنترل می‌کند او تفنگ را به سوی اتومبیلی که هم‌اکنون از جلویش رد شده هدف می‌گیرد و وقتی تفنگ زاویه‌ی ٤٥ درجه با جهت بزرگراه دارد، می‌بیند که سرعت بین اتومبیل و تفنگ به میزان ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت افزایش دارد سرعت اتومبیل چقدر است؟

پاسخ مشارکت‌کننده به این سؤال در کادر زیر آمده است پاسخ نشان می‌دهد معلم سؤال را درک کرده است؛ اما در نوشتن متغیرهای این سؤال با مشکل مواجه شده است.



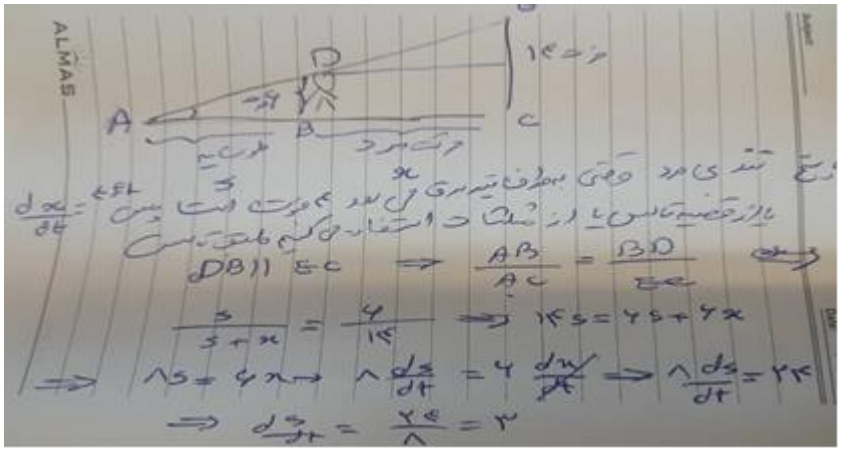
شکل ٤. نمونه پاسخ مشارکت‌کنندگان

جدول ٤. نمره پیش‌آزمون سؤال اول یکی از معلمان شرکت‌کننده

گام‌ها	اطلاعات	نمره
درک سؤال	معلم داده‌های مسئله (در خصوص موضوع خاص) را به‌درستی نوشته است. ازاین‌رو پذیرفته شد که او مسئله را درک کرده است.	۲
تعیین متغیرهای مسئله	معلم متغیرهای مسئله را ناقص نوشته است	۱
ساخت مدل	باتوجه‌به اینکه در شناخت متغیرها به مشکل برخورده است لذا مدل آن را به‌صورت جزئی کشیده است	۱
حل ریاضی‌وار مسئله	باتوجه‌به اینکه متغیرها را ناقص نوشته و مدل درستی نکشیده است پس حل ریاضی نداشته است	۰
تفسیر جواب در دنیای واقعی	هیچ تفسیری در دنیای واقعی نداشته است	۰
جمع		۴

سؤال اول پس‌آزمون

مردی با قد ٦ فوت و با تندی ٤ فوت بر ثانیه به‌ســوی یک چراغ خیابان که در ١٤ فوت بالای زمین نصب شده است حرکت می‌کند سرعت کاهش طول سایه مرد چقدر است.



شکل ۵. نمونه پاسخ سؤالات پس‌آزمون

نتایج این آزمون نشان می‌دهد که معلم ریاضی در حل مسائل مدل‌سازی ریاضی سؤال را به‌درستی درک کرده است، متغیرهای مسئله را به درستی نوشته، مدل فیزیکی آن را رسم کرده و به‌خوبی از اشیاء ریاضی استفاده کرده است؛ اما در تفسیر سؤال ایراد جزئی داشته است.

جدول ۵. نمره پس‌آزمون سؤال اول یکی از معلمان شرکت‌کننده

گام‌ها	اطلاعات	نمره
درک سؤال	معلم داده‌های مسئله (در خصوص موضوع خاص) را به‌درستی نوشته است. ازاین‌رو پذیرفته شد که او مسئله را درک کرده است.	۲
تعیین متغیرهای مسئله	معلم متغیرهای مسئله را به‌درستی نوشته است و از y،x استفاده کرده است.	۲
ساخت مدل	معلم مدل فیزیکی آن را به‌درستی کشیده است.	۲
حل ریاضی‌وار مسئله	معلم از قضیه تالس برای حل آن استفاده کرده و جواب درست نوشته است.	۲
تفسیر جواب در دنیای واقعی	معلم در تفسیر سؤال در دنیای واقعی به کاهش سرعت فرد توجه نکرد	۱
جمع		۹

از پژوهش‌های تئوری راف، در رویکردهای مدل‌سازی ریاضی استفاده می‌شود. این رویکرد برای بررسی تاثیر عوامل مختلف بر عملکرد فرد در حل مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای بررسی تاثیر دوره توسعه حرفه ای بر عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی در دوره متوسطه دوم، این رویکرد می‌تواند به صورت زیر استفاده شود

در این مطالعه، متغیرهای مورد نظر برای بررسی عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی و تاثیر دوره توسعه حرفه ای عبارت بود از:

- عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی (به صورت امتیاز یا درصد)
- دوره توسعه حرفه‌ای (تعداد ساعت یا سطح مهارت حضور کنندگان در دوره)

پس از جمع‌آوری داده‌ها، از روش‌های تحلیلی استفاده شد. در قسمت‌های قبلی تفکیک بین سطوح پیش آزمون و پس آزمون و ترکیب روش تئوری راف با استفاده از جواب‌های ثبت‌شده انجام شد. با توجه به نتایج به دست آمده از هر یک از تفکیک‌کننده‌ها، نهایتاً به این نتیجه رسیدند که توسط ویژگی‌های بهینه می‌توان به صحت تفکیک بالاتری دست یافت. همچنین از نظر تعداد نیز این روش نسبت به سایر روش‌ها برتری دارد. در این قسمت به مقایسه نتایج حاصل از این تفکیک‌کننده‌ها پرداخته می‌شود.

جدول٦. نتایج تفکیک با استفاده از ویژگی‌های بهینه روش تئوری راف

مدل	میزان صحت داده‌ها					
	تعداد ویژگی	تئوری راف	تعداد ویژگی	آزمون t	تعداد ویژگی	درصد
پیش آزمون	۳	۹۵	۳	۹٦/۱٥	۲	۹٤/۳
پس آزمون	٦	۹٦/٤٦	٥	۸۷/٦۱	۲	۸۹/٤
کلی	۹	۹٥	۸	۸۷/٦۱	٤	۹۱/۸

جدول (٦) نتایج تفکیک پیش آزمون و پس آزمون به ازای ویژگی‌های بهینه و همچنین تعداد ویژگی‌های بهینه به کار رفته نشان می‌دهد. با توجه به این جدول دیده می‌شود بیشترین صحت تفکیک سطوح در روش تئوری راف با ٦ ویژگی بهینه به میزان ٩٦/٤٦ درصد صورت گرفته است.

بحث و نتیجه‌گیری

هدف پژوهش حاضر بررسی اثربخشی «دوره توسعه حرفه‌ای مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی» بر عملکرد حل مسئله معلمان ریاضی دوره متوسطه دوم در مسائل مدل‌سازی بود. نتایج توصیفی نشان داد میانگین نمرات عملکرد از ۱۵ در پیش‌آزمون به ۱۲۵/۳۰ در پس‌آزمون افزایش یافته است و آزمون t زوجی نیز وجود تفاوت معنادار را تأیید کرد ،$p<$ ۰۰۱/۰ $t(۷)=$۱۱/۳۸۳. این الگوی نتیجه، به‌صورت کلی با ادبیات پژوهش همسو است که نشان می‌دهد آموزش/تمرین نظام‌مند مدل‌سازی می‌تواند شایستگی‌های مدل‌سازی و کیفیت حل مسئله معلمان را بهبود دهد (بیلگیلی و چیلتاش، ۲۰۲۵).

از منظر تبیینی، بهبود مشاهده‌شده را می‌توان با منطق «یادگیری مشارکتی و موقعیت‌مند» در مدل‌سازی توضیح داد: مدل‌سازی معمولاً یادگیرنده را وادار می‌کند مسئله را صورت‌بندی کند، متغیرها را تعیین کند، مدل بسازد و سپس راه‌حل ریاضی را به متن واقعی برگرداند. این چرخه، به‌ویژه وقتی با بحث گروهی، بازخورد و بازاندیشی همراه شود، به یادگیرنده کمک می‌کند از حل‌های الگوریتمیِ صرف فاصله بگیرد و تصمیم‌گیری‌های مدل‌سازانه (فرض‌سازی، ساده‌سازی، آزمون معقولیت پاسخ) را تمرین کند. شواهد جدید نشان می‌دهد حتی در دوره‌های کوتاه‌مدت، اگر تجربه یادگیری «مرحله‌مند، همراه با بازخورد و مبتنی بر تکلیف‌های اصیل» طراحی شود، رشد قابل‌توجهی در شایستگی‌های مدل‌سازی معلمان قابل انتظار است (بیلگیلی و چیلتاش، ۲۰۲۵؛ گریفرت و زیلر، ۲۰۲٤).

تحلیل کیفیِ پاسخ‌های یک شرکت‌کننده نیز مسیر این رشد را دقیق‌تر نشان می‌دهد: در پیش‌آزمون، وی در «تعیین متغیرها» و «ساخت مدل» ضعف داشته و در نتیجه «حل ریاضی» و «تفسیر دنیای واقعی» نیز دچار افت شده است؛ اما در پس‌آزمون، بهبود مشخصی در تعیین متغیرها، ترسیم مدل و حل ریاضی دیده می‌شود و تنها «تفسیر در دنیای واقعی» هنوز کامل نیست (به‌صورت ایراد جزئی). این الگو از نظر نظری قابل انتظار است: بخش «تفسیر و اعتبارسنجی پاسخ» معمولاً سخت‌ترین قسمت مدل‌سازی است، چون نیازمند پیوند دادن نتایج ریاضی با قیود واقعی، کنترل فرض‌ها و سنجش معقولیت پاسخ است. پژوهش‌های جدید درباره آموزش معلمان نشان می‌دهد «کار با فرض‌ها» و مدیریت عدم قطعیت در مسائل مدل‌سازی، یک گره شناختی مهم است و اگر در دوره‌های تربیت/ضمن‌خدمت به‌طور صریح تمرین نشود، در مرحله تفسیر خود را به‌صورت نقص نشان می‌دهد (آلباراسین و آرلبک، ۲۰۲۵).

از سوی دیگر، ماهیت «توسعه حرفه‌ای» نیز در تبیین یافته‌ها مهم است. پژوهش‌های حوزه آموزش معلمان نشان داده‌اند اثربخشی دوره‌های ضمن‌خدمت فقط به محتوا وابسته نیست؛ بلکه به کیفیت طراحی (هم‌راستایی با نیازهای واقعی کلاس درس، فرصت تمرین، بازخورد، و امکان انتقال به عمل تدریس) وابسته است و تحلیل شکست‌ها/چالش‌ها در PD نشان می‌دهد بدون این مؤلفه‌ها، یادگیری پایدار دشوار می‌شود (کارسنتی و برودی، ۲۰۲۳). در پژوهش حاضر، چون دوره با حل تکلیف‌های مدل‌سازی، اشتراک‌گذاری پاسخ‌ها و بحث گروهی همراه بوده است، می‌توان استدلال کرد که سازوکارهای یادگیری حرفه‌ای (تمرین هدفمند + بازخورد + بازاندیشی) فعال شده و به بهبود عملکرد انجامیده است. در همین راستا، شواهد پژوهشی در حوزه روانشناسی تربیتی نیز نشان می‌دهد یادگیری حرفه‌ای معلم در دل تجربه زیسته و بازاندیشی نسبت به عمل، یکی از مسیرهای کلیدی رشد حرفه‌ای است (بابایی و قادری، ۱٤۰٤).

در بخش تحلیل مبتنی بر تئوری راف نیز، گزارش شده است که با «ویژگی‌های بهینه»، امکان تفکیک سطوح پیش‌آزمون و پس‌آزمون بررسی شده و برای پس‌آزمون، بهترین تفکیک با ٦ ویژگی و میزان صحت ۹٦/٤٦٪ به‌دست آمده است. این نتیجه

را می‌توان به‌عنوان یک یافته اکتشافی تفسیر کرد که نشان می‌دهد (۱) عملکرد مدل‌سازی را می‌توان به مجموعه‌ای محدودتر از شاخص‌ها/ویژگی‌ها فروکاست، اما (۲) برای رسیدن به تفکیک قوی‌تر، به داده‌های بیشتر و تعریف دقیق‌تر ویژگی‌ها نیاز است؛ زیرا میزان صحت در سطح متوسط باقی مانده و احتمالاً به حجم نمونه کم و تنوع محدود پاسخ‌ها حساس است.

به‌طور مشخص، تحلیل گام‌های چرخه مدل‌سازی نشان داد که بیشترین بهبود بخش مربوط به مرحله تعیین متغیرها و ساخت مدل بود، که احتمالاً ناشی از فعالیت‌های هدفمند مستقل و مشارکتی طراحی‌شده در دوره است و بر تبیین نظریه‌های یادگیری فعال مبتنی بر حل مسئله تأکید دارد.

همچنین، نبود گروه کنترل ذیل محدودیت‌های روش‌شناختی این پژوهش قرار دارد؛ بنابراین پژوهش‌های آتی با استفاده از طرح‌های شبه‌آزمایشی قوی‌تر می‌تواند امکان استنتاج علت‌و–معلولی دقیق‌تر را فراهم سازد.

نتیجه‌گیری کاربردی

جمع‌بندی یافته‌ها نشان می‌دهد طراحی دوره‌های توسعه حرفه‌ای مبتنی می‌تواند عملکرد حل مسئله معلمان را به‌طور معناداری ارتقا دهد. با این حال، مسیر بهبود در همه گام‌های چرخه یکسان نیست و «تفسیر دنیای واقعی و اعتبارسنجی پاسخ» همچنان نیازمند آموزش/تمرین صریح‌تر است. بنابراین، در طراحی دوره‌های ضمن‌خدمت پیشنهاد می‌شود: تکلیف‌ها به‌صورت «اصیل و زمینه‌دار» انتخاب شوند، برای مرحله فرض‌سازی و تفسیر «راهنمایی صریح» در نظر گرفته شود، و بازخورد معلم‌محور (ناظر به چرخه مدل‌سازی) به شکل نظام‌مند ارائه گردد (آلباراسین و آرلبک، ۲۰۲۵؛ بیلگیلی و چیلتاش، ۲۰۲۵)

محدودیت‌ها

۱) طرح پژوهش از نوع تک‌گروهی پیش‌آزمون–پس‌آزمون بوده است؛ بنابراین کنترل کامل عوامل مداخله‌گر (مانند اثر آزمون یا بلوغ) محدود است.

۲) در تحلیل آماری، تعداد نمونه مطابق جداول ۸ نفر گزارش شده است؛ ازاین‌رو تعمیم‌پذیری نتایج نیازمند احتیاط است.

۳) بخشی از تحلیل کیفی بر پاسخ‌های یک شرکت‌کننده متمرکز بوده است؛ لذا تصویر ارائه‌شده از مسیر یادگیری می‌تواند تحت‌تأثیر ویژگی‌های فردی همان مورد باشد.

٤) در بخش نمره‌دهی، در متن مقاله «ماکزیمم نمره ۸» ذکر شده، درحالی‌که مقیاس پنج‌گانه با سقف ۱۰ همخوانی دارد؛ این ناهمخوانی می‌تواند تفسیر دقیق نمرات کل را دشوار کند.

پیشنهادهای پژوهشی

۱) پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آتی با استفاده از گروه کنترل و یا طرح‌های شبه‌آزمایشی قوی‌تر (مانند طرح پیش‌آزمون–پس‌آزمون با گروه کنترل ناهم‌ارز) انجام شوند تا امکان استنتاج علّی دقیق‌تر درباره تأثیر آموزش مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی بر عملکرد معلمان فراهم گردد و تهدیدهای روایی درونی کاهش یابد.

۲) اجرای پژوهش در نمونه‌های بزرگ‌تر و در بافت‌های آموزشی متفاوت (شهرهای مختلف، مدارس با سطوح آموزشی و اجتماعی–اقتصادی گوناگون) می‌تواند به افزایش قابلیت تعمیم‌پذیری یافته‌ها کمک کند.

۳) پیشنهاد می‌شود در مطالعات آینده، علاوه بر ابزارهای کیفی، از ابزارهای کمّی استانداردشده و نیز روش‌های ترکیبی استفاده شود تا درک عمیق‌تری از فرایند یادگیری مدل‌سازی ریاضی و تغییرات عملکرد معلمان به دست آید.

٤) بررسی پایداری اثرات آموزش مدل‌سازی ریاضی در بلندمدت (از طریق آزمون‌های پیگیری) می‌تواند نشان دهد که آیا بهبود عملکرد معلمان موقتی است یا به تغییرات پایدار در دانش حرفه‌ای و عملکرد تدریس آنان منجر می‌شود.

پیشنهادهای کاربردی

۱) در دوره‌های ضمن‌خدمت، علاوه بر آموزش چرخه مدل‌سازی، کارگاه‌های ویژه "فرض‌سازی، تفسیر، و کنترل معقولیت پاسخ" طراحی شود (آلباراسین و آرلبک، ۲۰۲۵).

۲) تکلیف‌ها به‌صورت «واقعی، چندمرحله‌ای و قابل گفت‌وگو» انتخاب شوند تا فرصت استدلال، دفاع از مدل و اصلاح پاسخ فراهم شود.

۳) برای افزایش اثربخشی PD، از الگوی طراحی‌ای استفاده شود که فرصت تمرین، بازخورد، و انتقال به کلاس درس را تضمین کند و صرفاً به ارائه محتوا اکتفا نکند (کارسنتی و برودی، ۲۰۲۳).

٤) در صورت امکان، از ابزارهای دیجیتال برای بازنمایی‌ها و آزمون سناریوهای مختلف مدل‌سازی بهره گرفته شود؛ چون شواهد جدید نقش منابع دیجیتال را در غنی‌سازی فرایند مدل‌سازی برجسته می‌دانند (گریفرت و زیلر، ۲۰۲٤).

منابع

اسلامی، ا.، غفاری، ع.، موسی‌زاده، ت.، هاشمی، ت.، و فتحی‌آذر، ا. (۱۳۹۹). اثربخشی آموزش متمرکز بر تعدیل جهت‌گیری یادگیری معلمان بر خودکارآمدی معلمان و خودپنداره تحصیلی دانش‌آموزان پایه چهارم. مطالعات روان‌شناسی تربیتی، ۱۷(۳۷)، ۱–۲٦. https://doi.org/10.22111/jeps.2020.5254

جعفرپور، ف.، مظاهری، م.ع.، قنبری، س.، و فتح‌آبادی، ج. (۱٤۰٤). تدوین و ارزیابی مداخله مبتنی بر نظریه دلبستگی و ذهنی‌سازی برای ارتقای رابطه معلم–دانش‌آموز در مقطع متوسطه اول با رویکرد نقشه‌نگاری مداخله. *مجله علوم روانشناختی*، ۲٤(۱٥٤)، ۱–۲٥. https://psychologicalscience.ir/article-1-2764-fa.html

حاج‌حسینی، م.، و نافعی، ح. (۱٤۰۲). الگوی ساختاری صلاحیت حرفه‌ای معلمان و خودراهبری یادگیری شاگردان در نقش واسطه‌ای انگیزه پیشرفت. مطالعات روان‌شناسی تربیتی، ۲۰(۵۱)، ۱۹–۳۵. https://doi.org/10.22111/jeps.2024.29633.3652

فتحعلی‌بیگی، پ.، السادات ابطحی، م.، مقامی، ح.ر.، و مرادی، ر. (۱٤۰٤). بررسی تأثیر آموزش ضمن خدمت بر توسعه حرفه‌ای معلمان: تحلیل مؤلفه‌ها، عوامل زمینه‌ای و الگوها. *فصلنامه توسعه حرفه‌ای معلم*، ۱۰(۳۵)، ۱۵۳–۱۸۲. https://doi.org/10.48310/tpd.2025.17260.1741

گشمردی، ن.، و اسداللهی، ف. (۱٤۰۳). تدوین الگوی توسعه حرفه‌ای دانشجومعلمان دانشگاه فرهنگیان بر مبنای مدل یادگیری استم. *توسعه حرفه‌ای معلم*، ۱(۳۱)، ۱–۳٦. https://doi.org/10.48310/tpd.2024.16093.1625

قربانخانی، م.، صالحی، ک.، خدایی، ا.، مقدم‌زاده، ع.، و دهقانی، م. (۱٤۰۳). طراحی الگوی سنجش آمادگی معلمی در مدارس ابتدایی: کاربست طرح روش‌های پژوهش آمیخته اکتشافی. *نشریه نامه آموزش عالی*، ۱۷(٦۷)، ۹۸–۱۱٤. https://doi.org/10.22034/hel.2024.2023974.1948

بابایی، م.، و قادری، ب. (۱٤۰٤). واکاوی چگونگی «حصول یادگیری حین تدریس برای معلمان» بر اساس تجارب زیسته معلمان. *مطالعات روان‌شناسی تربیتی*، ۲۲(۵۸)، ۲٤–۵۰. https://doi.org/10.22111/jeps.2025.47952.5656

References

Albarracín Gordo, L., & Ärlebäck, J. B. (2025). Exploring the role of assumptions in mathematical modeling teacher training using Fermi problems. *ZDM–Mathematics Education, 57*(2–3), 213–228. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01677-0

Asempapa, R. S., & Lee, D. (2025). Preservice teachers' knowledge of math modeling: Initial scale development and validation. *Discover Education, 4*, Article 68. https://doi.org/10.1007/s44217-025-00458-x

Barquero, B., & Ferrando, I. (2024). Teacher education for mathematical modelling: Exploring the experiences of secondary school teachers in two courses. *ZDM–Mathematics Education, 56*, 1109–1122. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01609-4

Bilgili, S., & Çiltaş, A. (2025). Improving mathematical modeling competencies of mathematics teachers in a technology-supported learning environment. *Frontiers in Education, 10*, Article 1509652. https://doi.org/10.3389/feduc.2025.1509652

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1

Chirinda, B. (2021). Professional development for teachers' mathematical problem-solving pedagogy – What counts? *Pythagoras, 42*(1), Article a532. https://doi.org/10.4102/pythagoras.v42i1.532

Graham, L. J., White, S. L. J., Cologon, K., & Pianta, R. C. (2020). *Do teachers' years of experience make a difference in the quality of teaching? Teaching and Teacher Education, 96*, Article 103190. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103190

Greefrath, G., & Siller, H.-S. (2024). Editorial: Mathematical modelling through and with digital resources. *Frontiers in Education, 9*, Article 1382594. https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1382594

Gürel, Z. Ç. (2023). *Teaching mathematical modeling in the classroom: Analyzing the scaffolding methods of teachers*. *Teaching and Teacher Education, 132,* Article 104253. https://doi.org/10.1016/j.tate.2023.104253

Kandemir, M. A., & Eryilmaz, N. (2025). Innovative approaches in mathematical modeling: Harnessing technology for teaching second degree equations to future mathematics educators in Türkiye. *Social Sciences & Humanities Open, 11*, Article 101281. https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.101281

Karsenty, R., & Brodie, K. (2023). Researching "what went wrong" in professional development (PD) for mathematics teachers: What makes it so important, and so difficult? *Journal of Mathematics Teacher Education, 26*(5), 573–580. https://doi.org/10.1007/s10857-023-09599-y

Lit, S., Kool, M., & Drijvers, P. (2026). Teacher knowledge and skills for mathematical problem solving: A systematic literature review. *Journal of Mathematics Teacher Education*. https://doi.org/10.1007/s10857-025-09737-8

Onwubuya, G. (2025). Systematic review of professional development of teachers of multilingual learners in the mathematics classroom. *Social Sciences & Humanities Open, 11*, Article 101535. https://doi.org/10.1016/j.ssaho.2025.101535

Özer-Keskin, Ö. (2008). *Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma* [A research on developing pre-service secondary mathematics teachers' mathematical modeling performance] (Unpublished doctoral dissertation). Gazi University.

Sen Zeytun, A., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2024). Why do prospective teachers have difficulties in mathematical modelling? Insights from their

perspectives. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *55*(1), 94–117. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2171922

Taite, G., & DiNapoli, J. (2025). Perspectives on mathematical modeling education: Conceptions and research. *Encyclopedia*, *5*(3), Article 138. https://doi.org/10.3390/encyclopedia5030138